

Óptica não linear e a absorção multi-fotônica

Prof. Dr. Cleber R. Mendonça

Instituto de Física de São Carlos
Universidade de São Paulo

Sumário

Aula 1 – Introdução à Óptica Não Linear e a Absorção de dois fótons

- Modelo clássico da interação da luz com a matéria
 - oscilador harmônico: óptica linear
 - oscilador não harmônico: óptica não linear
refração e absorção não linear
- Tratamento semiclássico: absorção multifotônica

Aula 2 – Microfabricação com pulsos de femtossegundos e aplicações

- Microestruturação com pulsos de femtossegundos
- Microfabricação via fotopolimerização por dois fótons
- Aplicações

Óptica não linear

Estudo de fenômenos ópticos que ocorrem quando luz muito intensa é utilizada

Não linearidade na relação constitutiva

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi(\vec{E}) \vec{E}$$



laser

Propriedades Ópticas \propto Intensidade



- Em baixas frequências (1923)

$$\vec{B} = \mu(\vec{H}) \vec{H}$$

relação não linear entre o campo e a indução magnética. (transformadores e solenóides)

- Saturação da população em níveis de spins em ressonância Magnética (1948)
- Saturação da luminescência em corantes (1941)

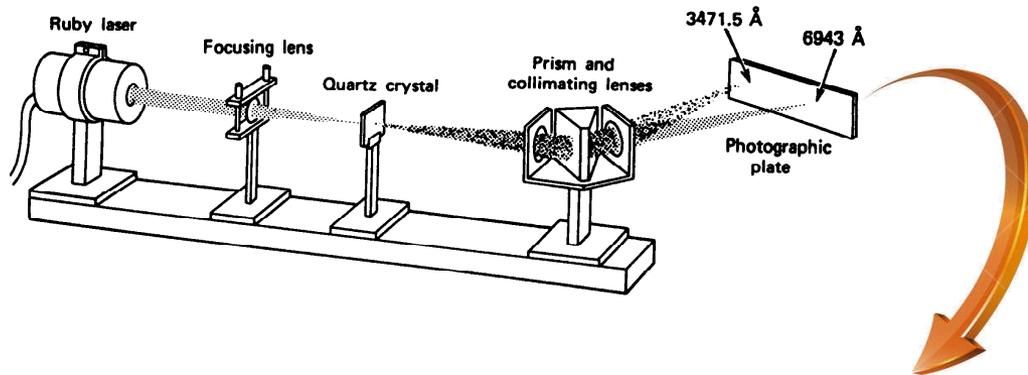
Óptica não linear

1961 – Geração de Segundo Harmônico

P.A. Franken, et al, Physical Review Letters 7, p. 118 (1961)



Peter A. Franken



Origem da óptica não linear como área separada de atuação

Óptica não linear



Nicolaas Bloembergen

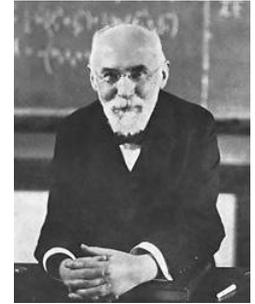
Um dos pioneiros da Óptica não linear

Formulação geral de processos ópticos não lineares

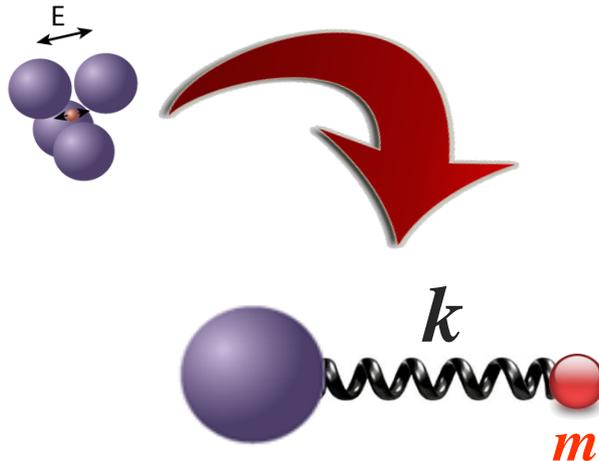
- Efeitos não lineares podem ser descritos em termos da teoria eletromagnética clássica, com susceptibilidades não lineares incluídas nas relações constitutivas
- Tratamento semiclássico para as susceptibilidades não lineares

Interação da luz com a matéria: óptica linear

Modelo de Lorentz



Hendrik A. Lorentz



oscilador harmônico

$$E = E_0 e^{-i\omega t}$$

$$E \ll E_{inter.}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x = -eE$$

com $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Interação da luz com a matéria: óptica linear

Solução no estado estacionário: elétron oscila na frequência da excitação

$$x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$$

com

$$x_0 = -\frac{e}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} E_0$$

Logo, o dipolo oscilante será dado por

$$p(t) = -e x(t) = \frac{e^2}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega} E_0 e^{-i\omega t}$$

Interação da luz com a matéria: óptica linear

A polarização pode ser escrita como

resposta linear

$$P(t) = Np(t) = \left(\frac{Ne^2}{m} \right) \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma} E \equiv \varepsilon_0 \tilde{\chi} E(t)$$

N : densidade de dipolos/ volume

com a susceptibilidade dada por

$$\tilde{\chi} = \left(\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \right) \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma}$$

quantidade complexa

Interação da luz com a matéria: óptica linear

então, o índice de refração complexo fica

$$\tilde{n} = \sqrt{1 + \tilde{\chi}} \approx 1 + \frac{1}{2} \tilde{\chi} + \dots = n + i\kappa$$

n e κ são as partes real e imaginária do índice de refração complexo

refração

absorção

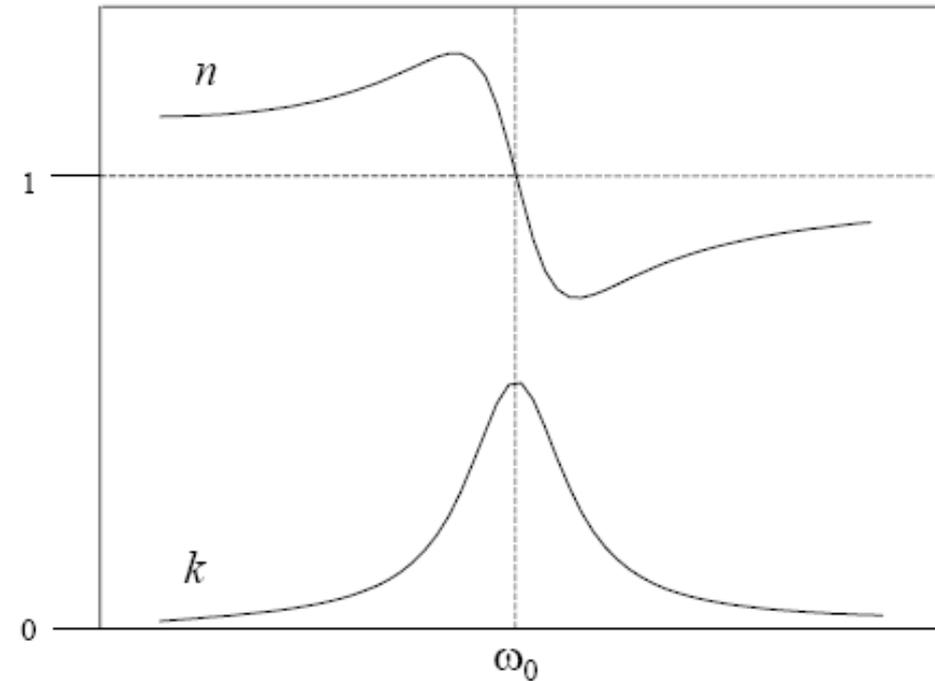
$$\alpha = \frac{2\kappa\omega}{c}$$

$$n \rightarrow \text{Re}[\tilde{\chi}]$$

$$\alpha \rightarrow \text{Im}[\tilde{\chi}]$$

Interação da luz com a matéria: óptica linear

Dispersão de n e α

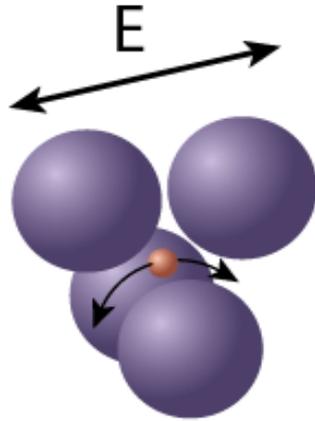


$$n = 1 + \left(\frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \right) \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

$$\alpha(\omega) = \left(\frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \right) \frac{\omega^2 \gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\omega\gamma)^2}$$

Tanto n quanto α não dependem da intensidade da luz

Interação da luz com a matéria: óptica não linear



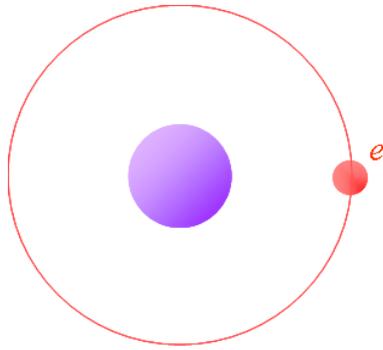
altas intensidades luminosas

$$E_{\text{rad.}} \sim E_{\text{inter.}}$$

Quão alta deve ser a intensidade da luz ?

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

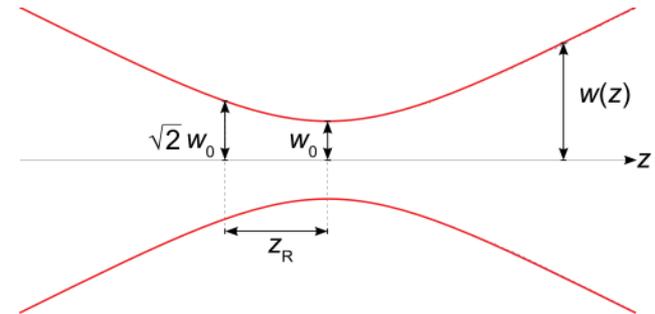
Campo elétrico inter-atômico



$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$r \sim 4 \text{ \AA}$$

$$E \sim 1 \times 10^8 \text{ V/cm}$$

laser cw



$$P = 20 \text{ W}$$
$$w_0 = 20 \text{ \mu m}$$
$$I = \frac{2P}{\pi w_0^2}$$

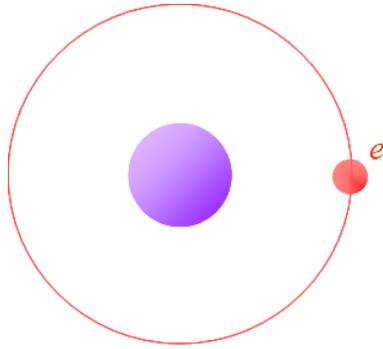
$$I = 3 \times 10^{10} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{1}{2} c n \epsilon_0 E_0^2$$

$$E_0 = 4 \times 10^4 \text{ V/cm}$$

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

Campo elétrico inter-atômico



$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$
$$r \sim 4 \text{ \AA}$$

$$E \sim 1 \times 10^8 \text{ V/cm}$$

laser pulsado

$$I = 100 \text{ GW/cm}^2 =$$
$$10 \times 10^{14} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{1}{2} c n \epsilon_0 E_0^2$$

$$E_0 = 1 \times 10^7 \text{ V/cm}$$

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

Óptica não linear perturbativa

$$E \sim 1 \times 10^8 \text{ V/cm}$$

$$I \sim 100 \text{ GW/cm}^2$$

Óptica não linear extrema (não perturbativa)

$$E \sim 1 \times 10^9 \text{ V/cm}$$

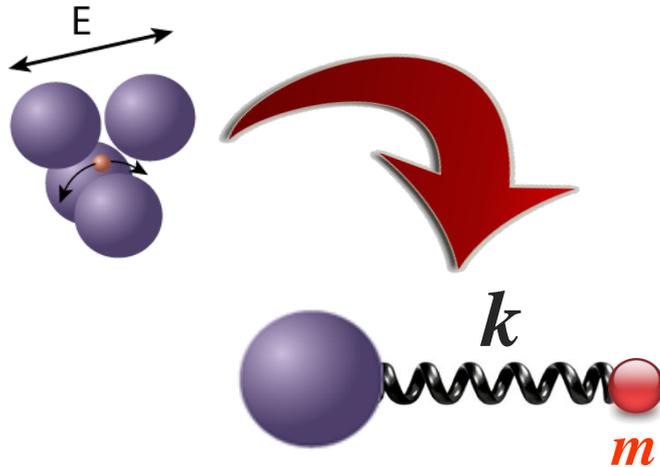
$$I \sim \text{TW/cm}^2$$

Não linearidade de vácuo

$$E \sim 1 \times 10^{16} \text{ V/cm}$$

$$I \sim 1 \times 10^{29} \text{ W/cm}^2$$

Interação da luz com a matéria: óptica não linear



altas intensidades

$$E_{\text{rad.}} \sim E_{\text{inter.}}$$

oscillator não harmônico

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x + \max^2 = -eE$$

termo não harmônico

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

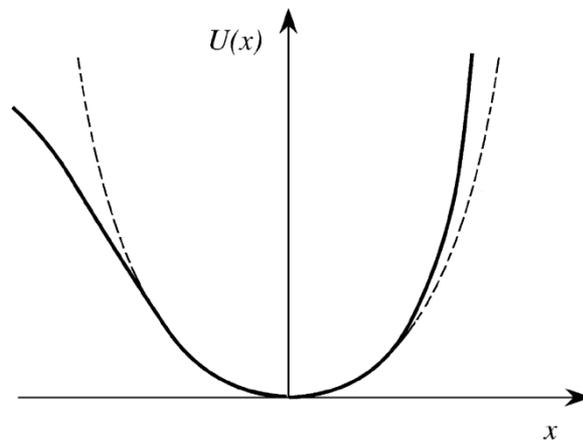
Na equação de movimento consideramos

$$F_{\text{rest.}} = -m\omega_0^2 x - max^2$$

em que a caracteriza a não harmonicidade (nonlinearidade)

O potencial correspondente é dado por

$$U(x) = - \int F_{\text{rest.}} dx = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2 + \frac{1}{3}max^3$$



Meios não centro-simétricos

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

Para resolver o oscilador não harmônico

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 x + ax^2 = -eE(t)/m$$

sob a ação de um campo

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

Considerando $ax^2 \ll \omega_0 x^2$

método perturbativo

A solução pode ser escrita como

$$x = x^{(1)} + x^{(2)} + x^{(3)} + \dots$$

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

A solução em primeira ordem $x^{(1)}$ é encontrada fazendo $a = 0$

$$\ddot{x}^{(1)} + \gamma \dot{x}^{(1)} + \omega_0^2 x^{(1)} = -eE(t)/m$$

cuja solução já conhecemos

$$x^{(1)}(t) = x^{(1)}(\omega)e^{-i\omega t}$$

com

$$x^{(1)}(\omega) = -\frac{e}{m} \frac{E_0}{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma}$$

Logo

$$x^{(1)}(t) = -\frac{e}{m} \frac{E}{D(\omega)}$$

$$D(\omega) = (\omega_0^2 - \omega^2) - i\omega\gamma$$

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

A solução em segunda ordem $x^{(2)}$ é obtida fazendo $ax^2 \simeq ax^{(1)2}$

$$\ddot{x}^{(2)} + \gamma \dot{x}^{(2)} + \omega_0^2 x^{(2)} + a[x^{(1)}]^2 = 0$$

Usando o resultado para $x^{(1)}$ temos

$$\ddot{x}^{(2)} + \gamma \dot{x}^{(2)} + \omega_0^2 x^{(2)} = \frac{-a(eE_0/m)^2 e^{-2i\omega t}}{D^2(\omega)}$$

cuja solução é

$$x^{(2)}(t) = x^{(2)}(2\omega) e^{-2i\omega t} \quad \text{com} \quad x^{(2)}(2\omega) = \frac{-a(e/m)^2 E_0^2}{D(2\omega) D^2(\omega)}$$

Logo

$$x^{(2)}(t) = \frac{-a(e/m)^2 E^2}{D(2\omega) D^2(\omega)}$$

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

Considerado um campo aplicado mais genérico

$$E(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + \text{c.c.}$$

no oscilador não harmônico

$$\ddot{x}^{(2)} + \gamma \dot{x}^{(2)} + \omega_0^2 x^{(2)} + a [x^{(1)}]^2 = 0$$

Pode-se antever que $[x^{(1)}]^2$ conterá termos nas frequências

$$2\omega_1, 2\omega_2, (\omega_1 + \omega_2), (\omega_1 - \omega_2), (\omega_2 - \omega_1)$$

Gerando, portanto, respostas nestas distintas frequências

Interação da luz com a matéria: óptica não linear

Retomando o caso monocromático, escrevemos a polarização como

$$P = -Nex = -Ne(x^{(1)} + x^{(2)} + \dots)$$

de onde encontramos

$$P = \frac{N(e^2 / m)}{D(\omega)} E + \frac{N(e^3 / m^2) a}{D(2\omega) D^2(\omega)} E^2 + \dots$$



$$\epsilon_0 \chi^{(1)}$$



$$\epsilon_0 \chi^{(2)}$$

susceptibilidades de primeira e segunda ordem

Portanto, a polarização induzida no material é dada por

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E + \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 + \dots$$

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}$$

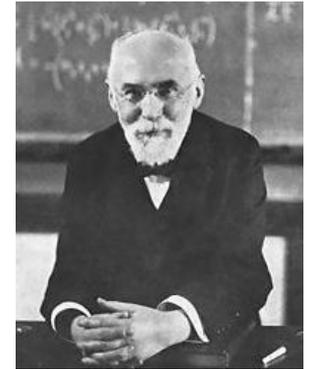
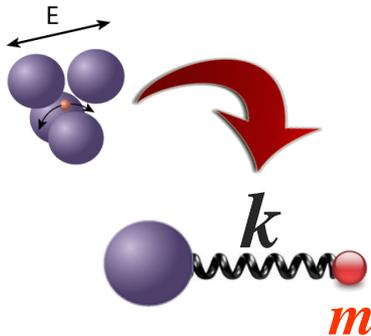
Resposta óptica não linear

oscillator não harmônico

altas intensidades

$$E_{\text{rad.}} \sim E_{\text{inter.}}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + m\omega_0^2 x + \alpha x^2 = -eE$$



Hendrik A. Lorentz

Polarização não linear

$$P = \varepsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots)$$

Resposta óptica não linear

Para meios centrossimétricos ($U(x) = U(-x)$)

$$P = \varepsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(3)} E^3 + \dots)$$

que podemos expressar como

$$P = P^{(1)} + P^{(3)} = \varepsilon_0 (\chi^{(1)} + \chi^{(3)} I) E = \varepsilon_0 \chi_{ef} E$$

definimos a susceptibilidade efetiva

$$\chi_{ef} = \chi^{(1)} + \chi^{(3)} I$$

Neste caso, o índice de refração do meio fica

$$\tilde{n} = \sqrt{1 + \chi_{ef}} = \sqrt{1 + (\chi^{(1)} + \chi^{(3)} I)}$$

Resposta óptica não linear

Para meios pouco densos temos

$$\tilde{n} \approx 1 + \frac{1}{2}(\chi^{(1)} + \chi^{(3)}I)$$

Tomando as partes Real e Imaginária

$$\tilde{n} = n + i\kappa$$


$$n = 1 + \frac{1}{2}\text{Re}[\tilde{\chi}^{(1)}] + \frac{1}{2}\text{Re}[\tilde{\chi}^{(3)}]I$$

$$n = n_0 + n_2I$$

$$\kappa = \frac{1}{2}\text{Im}[\tilde{\chi}^{(1)}] + \frac{1}{2}\text{Im}[\tilde{\chi}^{(3)}]I$$

$$\alpha = \alpha_0 + \beta I$$

Resposta óptica não linear

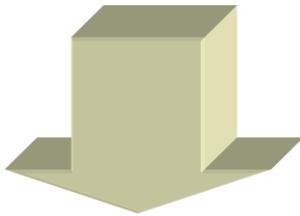
Processo de terceira ordem: $\chi^{(3)}$

$$\tilde{\chi}^{(3)} = \text{Re}[\tilde{\chi}^{(3)}] + i \text{Im}[\tilde{\chi}^{(3)}]$$

refração não linear

$$n = n_0 + n_2 I$$

$$n_2 \rightarrow \text{Re}[\tilde{\chi}^{(3)}]$$

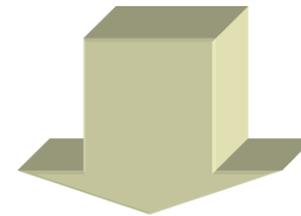


- auto-modulação de fase
- efeito tipo lente

absorção não linear

$$\alpha = \alpha_0 + \beta I$$

$$\beta \rightarrow \text{Im}[\tilde{\chi}^{(3)}]$$



- absorção de dois fótons

Seção de choque de absorção

Dada a absorção total

$$\alpha = \alpha_0 + \beta I$$

Podemos encontrar o seção de choque de absorção

$$\sigma = \frac{\alpha}{N} \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{\alpha_0}{N} + \frac{\beta}{N} I \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{\alpha_0}{N} + \left[\frac{\beta h \nu}{N} \right] \left(\frac{I}{h \nu} \right)$$

A taxa de excitação fica

Seção de choque de absorção de dois fóton [**cm⁴ s**]

$$R = \sigma \left(\frac{I}{h \nu} \right)$$

$$R = \frac{\alpha_0}{N} \left(\frac{I}{h \nu} \right) + \left[\frac{\beta h \nu}{N} \right] \left(\frac{I}{h \nu} \right)^2$$

Absorção de dois fótons

Absorção de dois fótons

Processo previsto teoricamente em 1931

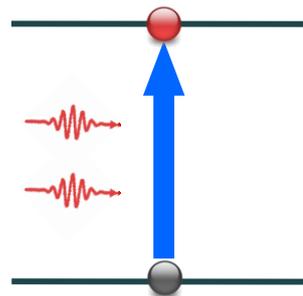


Maria Goeppert-Mayer

Tese de Doutorado – U. de Göttingen

"Über Elementarakte mit zwei Quantensprüngen"
Annals of Physics **9** (3): 273-95

Tratamento semi-clássico



Dois fótons são simultaneamente absorvidos no mesmo “ato quântico”, levando a molécula para um estado excitado com energia equivalente a dos dois fótons absorvidos.

Absorção de dois fótons: teoria da perturbação

Tomemos a eq. de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi(\mathbf{r}, t)$$

com o Hamiltoniano dado por

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(t)$$

onde \hat{H}_0 é o Hamiltoniano do átomo livre

e

$$\hat{V}(t) = -\hat{\mu} \tilde{E}(t) \quad \text{com} \quad \hat{\mu} = -e\hat{r}$$

e considerando um campo monocromático

$$\tilde{E}(t) = E e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$$

Absorção de dois fótons: teoria da perturbação

A eq. de Schrödinger na presença do potencial dependente do tempo

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{V}(t))\psi(\mathbf{r}, t)$$

cuja solução pode ser escrita como

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_l a_l(t) u_l(\mathbf{r}) e^{-i\omega_l t}$$

Solução do átomo livre \hat{H}_0

$$\psi_n(\mathbf{r}, t) = u_n(\mathbf{r}) e^{-i\omega_n t}$$

com

$$\omega_n = E_n/\hbar$$

Substituindo na eq. de Schrödinger, encontramos

$$i\hbar \frac{da_m}{dt} = \sum_l a_l(t) V_{ml} e^{-i\omega_{lm} t}$$

com

$$\omega_{lm} = \omega_l - \omega_m \quad \text{e} \quad V_{ml} = \int u_m^*(\mathbf{r}) \hat{V} u_l(\mathbf{r}) d^3 r$$

Absorção de dois fótons: teoria da perturbação

Para resolver essa equação, usamos perturbação, de tal forma que

$$a_m(t) = a_m^{(0)}(t) + a_m^{(1)}(t) + a_m^{(2)}(t) + \dots$$

De tal forma que temos o seguinte conjunto de equações

$$\frac{da_m^{(N)}}{dt} = (i\hbar)^{-1} \sum_l a_l^{(N-1)} V_{ml} e^{-i\omega_{lm}t}$$

$$N = 1, 2, 3, \dots$$

Absorção linear

Absorção linear $N = 1$

Sem campo, o sistema está no estado fundamental g

$$a_g^{(0)}(t) = 1$$

$$a_l^{(0)}(t) = 0 \quad l \neq g$$

Representamos V_{mg} como

$$V_{mg} = -\mu_{mg} E e^{-i\omega t}$$

Assim, a eq. para $a_m^{(1)}$ fica

$$\frac{da_m^{(1)}}{dt} = -(i\hbar)^{-1} \mu_{mg} [E e^{i(\omega_{mg} - \omega)t}]$$

que resulta em

$$a_m^{(1)}(t) = \frac{\mu_{mg} E}{\hbar(\omega_{mg} - \omega)} [e^{i(\omega_{mg} - \omega)t} - 1]$$

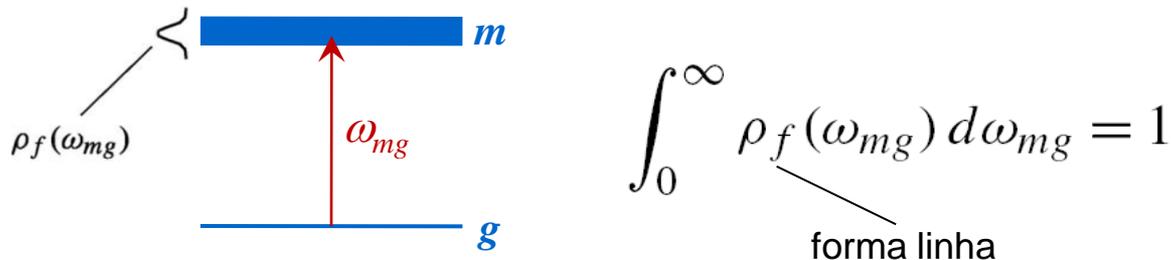
Absorção linear

A probabilidade do átomo estar num estado m num dado tempo t

$$p_m^{(1)}(t) = |a_m^{(1)}(t)|^2 = \frac{|\mu_{mg} E|^2}{\hbar^2} \left| \frac{e^{i(\omega_{mg} - \omega)t} - 1}{\omega_{mg} - \omega} \right|^2$$

$$p_m^{(1)}(t) = \frac{|\mu_{mg} E|^2 t}{\hbar^2} 2\pi \delta(\omega_{mg} - \omega)$$

Na realidade temos uma distribuição de frequências de transição



Neste caso

$$p_m^{(1)}(t) = \frac{|\mu_{mg} E|^2 t}{\hbar^2} \int_0^\infty \rho_f(\omega_{mg}) 2\pi \delta(\omega_{mg} - \omega) d\omega_{mg}$$

$$p_m^{(1)}(t) = \frac{2\pi |\mu_{mg} E|^2 t}{\hbar^2} \rho_f(\omega_{mg} = \omega)$$

Absorção linear

A taxa de transição para absorção linear

$$R_{mg}^{(1)} = \frac{P_m^{(1)}(t)}{t} = \frac{2\pi |\mu_{mg} E|^2}{\hbar^2} \rho_f(\omega_{mg} = \omega)$$

que usualmente é definida em termos da seção de choque de absorção

$$R_{mg}^{(1)} = \sigma_{mg}^{(1)}(\omega) I$$

com

$$I = 2n\epsilon_0 c |E|^2$$

$$\sigma_{mg}^{(1)}(\omega) = \frac{\pi}{n\epsilon_0 c} \frac{|\mu_{mg}|^2}{\hbar^2} \rho_f(\omega_{mg} = \omega)$$

Absorção de dois fótons

Absorção de dois fótons $N = 1$ e $N = 2$

$$\frac{da_m^{(N)}}{dt} = (i\hbar)^{-1} \sum_l a_l^{(N-1)} V_{ml} e^{-i\omega_{lm}t} \quad \text{para obter } a_n^{(2)}(t)$$

Primeiro encontramos $a_m^{(1)}(t)$ que é usado no lado direito da eq. com $N = 2$



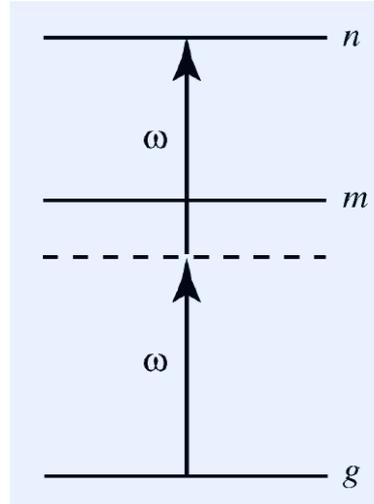
já conhecido da absorção linear

Usando

$$V_{nm} \simeq -\mu_{nm} E e^{-i\omega t}$$

Absorção de dois fótons

Neste caso, a convenção para a representação dos vários níveis é ilustrada no diagrama



Sendo assim, escrevemos

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} a_n^{(2)}(t) &= (i\hbar)^{-1} \sum_m a_m^{(1)}(t) V_{nm} e^{-i\omega_{mn}t} \\ &= -(i\hbar)^{-1} \sum_m \frac{\mu_{nm} \mu_{mg} E^2}{\hbar(\omega_{mg} - \omega)} \left[e^{i(\omega_{ng} - 2\omega)t} - e^{i(\omega_{nm} - \omega)t} \right] \end{aligned}$$

Absorção de dois fótons

que resulta em

$$a_n^{(2)}(t) = \sum_m \frac{\mu_{nm}\mu_{mg}E^2}{\hbar^2(\omega_{mg} - \omega)} \left[\frac{e^{i(\omega_{mg}-2\omega)t} - 1}{\omega_{ng} - 2\omega} \right]$$

para o processo de absorção de dois fótons

Então, a probabilidade do átomo estar num estado n num dado tempo t

$$P_n^{(2)}(t) = \left| \sum_m \frac{\mu_{nm}\mu_{mg}E^2}{\hbar^2(\omega_{mg} - \omega)} \right|^2 2\pi t \delta(\omega_{ng} - 2\omega)$$

Considerando uma largura de linha para o estado final



$\rho_f(\omega_{mg})$

temos

$$P_n^{(2)}(t) = \left| \sum_m \frac{\mu_{nm}\mu_{mg}E^2}{\hbar^2(\omega_{mg} - \omega)} \right|^2 2\pi t \rho_f(\omega_{ng} = 2\omega)$$

Absorção de dois fótons

A taxa de transição para absorção de dois fótons

$$R_{ng}^{(2)} = \frac{P_n^{(2)}(t)}{t}$$

que em termos da seção de choque de absorção de dois fótons

$$R_{ng}^{(2)} = \sigma_{ng}^{(2)}(\omega) I^2$$

com

$$I = 2n\epsilon_0 c |E|^2$$

$$\sigma_{ng}^{(2)}(\omega) = \frac{1}{4n^2\epsilon_0^2 c^2} \left| \sum_m \frac{\mu_{nm}\mu_{mg}}{\hbar^2(\omega_{mg} - \omega)} \right|^2 2\pi\rho_f(\omega_{ng} = 2\omega)$$

Absorção de multi-fótons

Podemos generalizar o resultado para processos de ordem mais alta

$$R_{mg}^{(1)} = \left| \frac{\mu_{mg} E}{\hbar} \right|^2 2\pi \rho_f(\omega_{mg} - \omega) \sim I \text{ absorção de 1 fóton}$$

$$R_{ng}^{(2)} = \left| \sum_m \frac{\mu_{nm} \mu_{mg} E^2}{\hbar^2 (\omega_{mg} - \omega)} \right|^2 2\pi \rho_f(\omega_{ng} - 2\omega) \sim I^2 \text{ absorção de 2 fótons}$$

$$R_{og}^{(3)} = \left| \sum_{mn} \frac{\mu_{on} \mu_{nm} \mu_{mg} E^3}{\hbar^3 (\omega_{ng} - 2\omega)(\omega_{mg} - \omega)} \right|^2 2\pi \rho_f(\omega_{og} - 3\omega) \sim I^3 \text{ absorção de 3 fótons}$$

$$R_{pg}^{(4)} = \left| \sum_{omn} \frac{\mu_{po} \mu_{on} \mu_{nm} \mu_{mg} E^4}{\hbar^4 (\omega_{og} - 3\omega)(\omega_{ng} - 2\omega)(\omega_{mg} - \omega)} \right|^2 2\pi \rho_f(\omega_{pg} - 4\omega) \sim I^4 \text{ absorção de 4 fótons}$$

Absorção de dois fótons

1961 – Kaiser e Garrett: Excitação por absorção de dois fótons

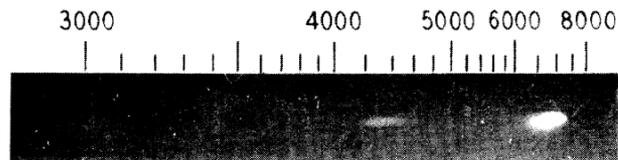
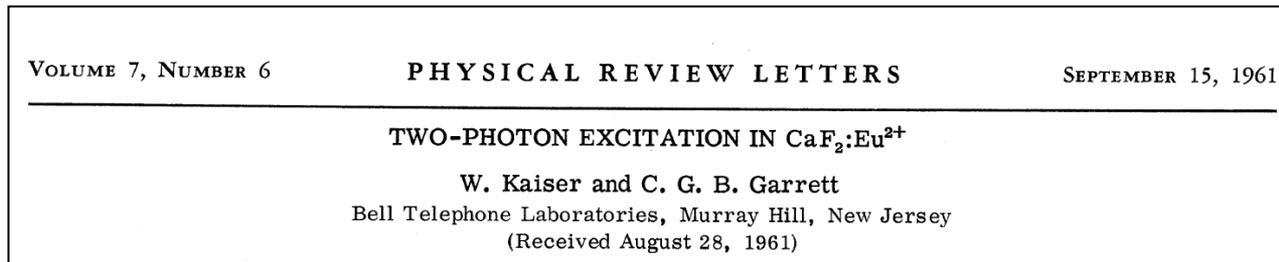
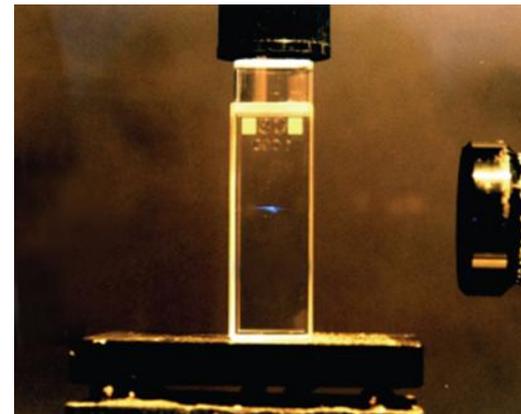
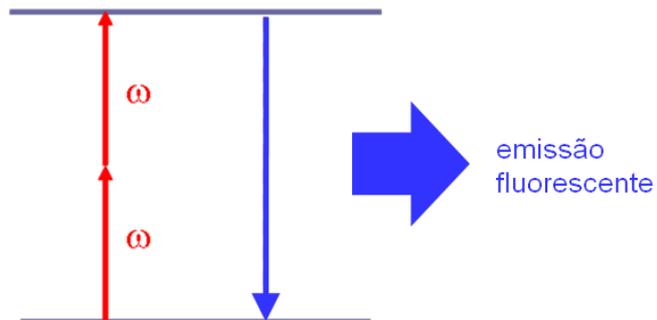
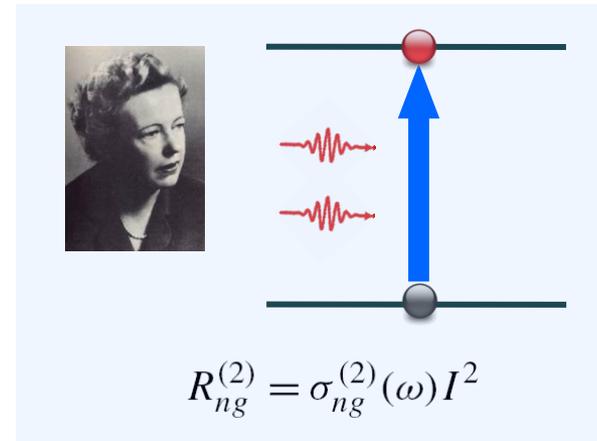
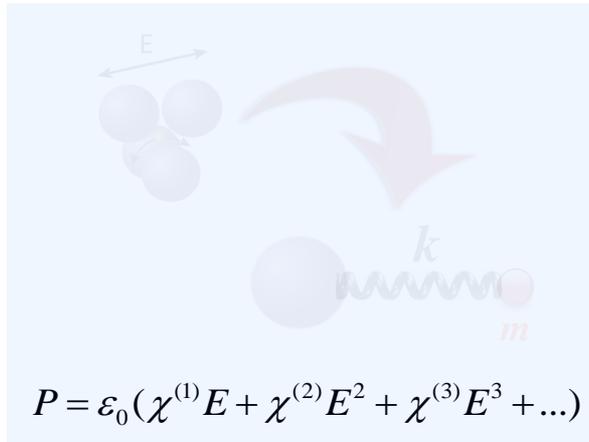


FIG. 1. Positive of photographic plate, indicating the blue emission of a $\text{CaF}_2:\text{Eu}^{2+}$ crystal under strong illumination with $\lambda_\gamma = 6943 \text{ \AA}$.



Considerações Finais



Aula 2 – Microfabricação com pulsos de femtossegundos e aplicações

- Microestruturação com pulsos de femtossegundos
- Microfabricação via fotopolimerização por dois fótons
- Aplicações